

单环管网内气体瞬态流动分析

郑清高 曾自强 江茂泽

(西南石油学院)

前 言

在天然气管道输送过程中,管内气体的流动受天然气消费季节不均衡性、昼夜波动、阀门关启等因素的影响,常处于不稳定流动(瞬态流动)。用稳态公式计算管线压力、流量、管网内储存气量等,在某些情况下会引起较大的偏差,因此,有必要研究管网气体流动的瞬态特性。

利用流体力学连续性方程和动量方程(以及气体状态方程),可确定输气管中气体的参数(压力、密度等)与时间、距离的变化关系。这些方程是一组非线性偏微分方程,在一般情况下没有解析解。本文忽略了某些影响很小的项,并用线性化方法加以简化^[1,2],获得了单环管网瞬态流动方程的解析解。该方法的优点是占用计算机内存少、减少了计算机时。

由于环形管网输气具有高度的可靠性和灵活性,在生产实际中,可见到一个环的环形输气管网。本文即研究气体在这种管网中的瞬态流动。

(1) 海洋环境诸动力因素对海洋管道系统的影响是至关重要的。对海洋管道(包括立管)在各种工况下的动力特性及其结构分析、强度与稳定,还有在深水条件下管道屈曲稳定的分析及其防止等应重点研究。

(2) 海洋管道铺设,铺管船法应是主体。但如何根据我国海洋油气资源分布的相应海域,预测适用的铺管船类型(包括托管架)及其数量等,需从总体上规划和考虑。我国当前浅海地段的开发正在兴起,漂浮法、底拖法和离底拖法有着广泛应用的可能,也有利于交通部系统海上铺管力量的投入,都将是全盘考虑的因素。

(3) 关于管材,大量中小型($OD \leq 400 \sim 600\text{mm}$)的管道采用国产钢材,制造无缝和直缝焊管可以认为是急待解决的问题。

(4) 通过海洋管道的各项研究和总结我国海上建设管道的经验与实践,参照国外有关技术规范和标准,编制我国的海洋管道系统规范是目前应该和可以进行的工作,也是一项重要的技术准备。

(参考文献从略)

(收稿日期:1989年8月31日)

一、单环管网气体瞬态流动的数学模型

考虑到没有压气站、沿线温度变化不大，可写出沿管线有质量输入、输出管道的连续性方程和动量方程^[3, 4]：

$$\frac{\partial(\rho W)}{\partial x} + \frac{1}{C^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + \sum_{i=1}^N \frac{1}{F_i} \cdot Q_{mi} (t-t_i) \times \\ \times \sigma (t-t_i) \cdot \delta (x-x_i) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial(\rho W)}{\partial t} + K \cdot (\rho W) = 0 \quad (2)$$

式中

W ——气体在管内的流速；

P ——管内压力， x 和 t 的函数；

ρ ——密度；

C ——气体等温音速；

K ——线性化系数；

F_i ——进、分气点 i 处管道内横截面积；

Q_{mi} ——进、分气点 i 处的输入或输出气量，时间 t 的函数，输出取“+”；

$\sigma (t-t_i)$ ——海威赛德单位函数， t_i 为第 i 个进、分气点 Q_{mi} 变化滞后时间；

$\delta (x-x_i)$ ——德拉克函数， x_i 为进（分）气点 i 处的坐标；

N ——沿线进、分气点个数。

当气体波动平缓时，可忽略质量流速随时间的变化，式（2）可写成如下形式：

$$\frac{\partial P}{\partial x} + K \cdot (\rho W) = 0 \quad (3)$$

经过推导可以得到忽略 $\frac{\partial(\rho W)}{\partial t}$ 和考虑 $\frac{\partial(\rho W)}{\partial t}$ 时气体瞬态流动方程：

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{K}{C^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = \sum_{i=1}^N \frac{K}{F_i} \cdot Q_{mi} (t-t_i) \cdot \sigma (t-t_i) \cdot \delta (x-x_i) \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{K}{C^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{1}{C^2} \cdot \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \sum_{i=1}^N \frac{K}{F_i} \cdot Q_{mi} (t-t_i) \cdot \sigma (t-t_i) \cdot \delta (x-x_i) + \\ + \sum_{i=1}^N \frac{1}{F_i} \cdot \left[Q_{mi} (t-t_i) \cdot \sigma (t-t_i) \right]' \cdot \delta (x-x_i) \quad (5)$$

在一定的定解条件下，求出沿线压力分布 $P(x, t)$ 后，可由式（2）和式（3）求出相应的沿线流量分布：

$$Q_1 (x, t) = -\frac{F_i}{K} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \quad (6)$$

$$Q_1 (x, t) = C_1 \cdot e^{-Kt} - \int F_i \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot e^{-K(t-\tau)} d\tau \quad (7)$$

式中 $Q_1(x, t)$ —— 管网内气体流量;

C_1 —— 待定参数。

在生产实践中, 管线进、分气点流量是用流量计测得不同时间的一组离散值, 采用三角插值拟合曲线。设 $[0, T]$ 区间有 $2N_0$ 个测量值 $Q_m(t_j)$, $j = 0, 1, \dots, 2N_0 - 1$ 。那么:

$$Q_m(t) = \frac{B_0}{2} + \frac{B_{N_0}}{2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi N_0 t}{T}\right) + \sum_{K=1}^{N_0-1} \left[A_K \cdot \sin\left(\frac{2\pi t K}{T}\right) + B_K \cdot \cos\left(\frac{2\pi t K}{T}\right) \right] \quad (8)$$

其中

$$A_K = \frac{1}{N_0} \cdot \sum_{j=0}^{2N_0-1} Q_m(t_j) \cdot \sin\left(\frac{2\pi t_j K}{T}\right) \quad K = 1, 2, \dots, N_0 - 1,$$

$$B_K = \frac{1}{N_0} \cdot \sum_{j=0}^{2N_0-1} Q_m(t_j) \cdot \cos\left(\frac{2\pi t_j K}{T}\right) \quad K = 0, 1, \dots, N_0$$

为了求出式 (4)、(5) 的定解, 必须给出相应的初始条件和边界条件。

取稳态作为初始状态, 为计算方便, 采用分段抛物线拟合曲线,

$$\text{即} \quad P(x, 0) = \sum_{i=1}^{N+1} \left[d_i \cdot (x - x_{i-1})^2 + e_i \cdot (x - x_{i-1}) + h_i \right] \times \\ \times \left[\sigma(x - x_{i-1}) - \sigma(x - x_i) \right] \quad (9)$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \quad (10)$$

下面确定边界条件。如图 1 单环管网示意图, 它是由一条主管道首尾连接而成, 其上有若干进、分气点 (数目不限)。

选取不在进、分气的某一点 (附近同径) 为坐标原点。在原点处有:

$$P(0, t) = P(l, t) \quad (11)$$

$$Q_1(0, t) = Q_1(l, t) \quad (12)$$

由式 (2) 和式 (3) 以及式 (12) 均有:

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x=l} \quad (13)$$

式中 l —— 主管道长度。

二、不考虑 $\frac{\partial(\rho W)}{\partial t}$ 的数学模型的求解

根据前面讨论的数学模型, 可写出不考虑 $\frac{\partial(\rho W)}{\partial t}$ 时的下列定解问题:

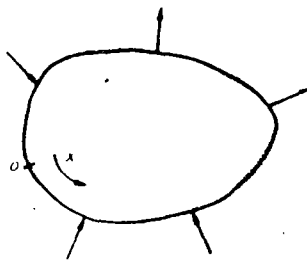


图 1 单环管网示意图

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{K}{C^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} &= \sum_{i=1}^N \frac{K}{F_i} \cdot Q_{mi}(t-t_i) \cdot \sigma(t-t_i) \cdot \delta(x-x_i) \\ & \quad t > 0, \quad 0 < x < l, \quad 0 < x_i < l \end{aligned} \right. \quad (14)$$

$$P(0, t) = P(l, t) \quad t \geq 0 \quad (15)$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x=l} \quad t \geq 0 \quad (16)$$

$$\left\{ \begin{aligned} P(x, 0) &= \sum_{i=1}^{N+1} \left[d_i (x-x_{i-1})^2 + e_i (x-x_{i-1}) + h_i \right] \times \\ & \quad \times \left[\sigma(x-x_{i-1}) - \sigma(x-x_i) \right] \quad 0 \leq x \leq l \end{aligned} \right. \quad (17)$$

将式 (14)、(15)、(16) 对 t 进行拉氏变换,

$$\text{即} \quad \bar{P} = \int_0^{+\infty} P(x, t) \cdot e^{-st} dt \quad Q_{mi}(t) \cdot \sigma(t) \div \mu_{mi}(s)$$

经变换后可得如下方程:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d^2 \bar{P}}{dx^2} - \frac{s}{b} \cdot \bar{P} &= f(x, s) \end{aligned} \right. \quad (18)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{P}(0, s) &= \bar{P}(l, s) \end{aligned} \right. \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\bar{P}}{dx} \Big|_{x=0} &= \frac{d\bar{P}}{dx} \Big|_{x=l} \end{aligned} \right. \quad (20)$$

式中

$$b = \frac{C^2}{K}, \quad f(x, s) = -\frac{P(x, 0)}{b} + \sum_{i=1}^N \frac{K}{F_i} \mu_{mi}(s) \cdot e^{-st_i} \cdot \delta(x-x_i)$$

解方程式 (18)、(19)、(20), 可以得到,

$$\bar{P}(x, s) = - \left\{ \begin{aligned} & \int_0^l \frac{f(\xi, s) \cdot \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{b}} \left(\frac{l}{2} + x - \xi \right)}{2 \cdot \sqrt{\frac{s}{b}} \cdot \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{b}} \frac{l}{2}} \cdot d\xi + \\ & + \int_0^x \frac{f(\xi, s) \cdot \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{b}} (x - \xi)}{\sqrt{\frac{s}{b}}} \cdot d\xi \end{aligned} \right. \quad (21)$$

经过积分和求拉氏逆变换, 便有:

$$\begin{aligned} P(x, t) &= \sum_{i=1}^{N+1} \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{1}{b} \left[d_i (\xi - x_{i-1})^2 + e_i (\xi - x_{i-1}) + h_i \right] \times \\ & \quad \times \left\{ \frac{b}{l} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2b}{l} \cos \left[\frac{2n\pi(x-\xi)}{l} \right] \cdot \exp \left[-b \left(\frac{2n\pi}{l} \right)^2 t \right] \right\} \cdot d\xi - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{i=1}^N \frac{K}{F_i} \int_0^t Q_{mi}(\tau - t_i) \times \sigma(\tau - t_i) \times \left\{ \frac{b}{l} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2b}{L} \cos \left[\frac{2n\pi(x-x_i)}{l} \right] \right\} \times \\
 & \times \exp \left[-b \left(\frac{2n\pi}{l} \right)^2 \times (t - \tau) \right] \} d\tau \quad (22)
 \end{aligned}$$

最后, 将 $Q_{mi}(t) = Q_{mi}^0 \left[1 + \sum_{j=1}^{R_i} (A_{ij} \cdot \sin \alpha_{ij} t + B_{ij} \cdot \cos \alpha_{ij} t) \right]$ 代入式 (22),

进行积分运算, 便可写出适于上机编程的形式:

$$\begin{aligned}
 P(x, t) = & \sum_{i=1}^{N+1} \frac{x_i - x_{i-1}}{l} \cdot \left[h_i + \frac{e_i}{2} (x_i - x_{i-1}) + \frac{d_i}{3} (x_i - x_{i-1})^2 \right] + \\
 & + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{N+1} \frac{2}{l} \left(\frac{2n\pi}{l} \right)^{-1} \cdot \exp \left[-b \left(\frac{2n\pi}{l} \right)^2 t \right] \cdot \left\{ -\sin \left[\frac{2n\pi(x-x_i)}{l} \right] \right\} \times \\
 & \times \left[h_i + e_i (x_i - x_{i-1}) + d_i \cdot (x_i - x_{i-1})^2 - 2d_i \left(\frac{2n\pi}{l} \right)^{-2} \right] + \\
 & + \sin \left[\frac{2n\pi(x-x_{i-1})}{l} \right] \cdot \left[h_i - 2d_i \left(\frac{2n\pi}{l} \right)^{-2} + \cos \left[\frac{2n\pi(x-x_i)}{l} \right] \right] \times \\
 & \times \left[e_i + 2d_i (x_i - x_{i-1}) \right] \cdot \left(\frac{2n\pi}{l} \right)^{-1} - e_i \cdot \cos \left[\frac{2n\pi(x-x_{i-1})}{l} \right] \times \\
 & \times \left(\frac{2n\pi}{l} \right)^{-1} \} - \sum_{i=1}^N \frac{K}{F_i} \frac{b}{l} \cdot Q_{mi}^0 \cdot \sigma(t-t_i) \left\{ t-t_i + \sum_{j=1}^{R_i} \left[A_{ij} \times \right. \right. \\
 & \times \left. \left. \left(1 - \cos \alpha_{ij} (t-t_i) \right) + B_{ij} \cdot \sin \alpha_{ij} (t-t_i) \right] / \alpha_{ij} \right\} - \\
 & - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^N \frac{K}{F_i} \cdot \frac{2b}{l} \cdot Q_{mi}^0 \sigma(t-t_i) \cdot \cos \left[\frac{2n\pi(x-x_i)}{l} \right] \times \\
 & \times \left\{ \left[1 - \exp \left[-b \left(\frac{2n\pi}{l} \right)^2 (t-t_i) \right] \right] \cdot \left[b \left(\frac{2n\pi}{l} \right)^2 \right]^{-1} + \right. \\
 & + \sum_{j=1}^{R_i} \left[\left(A_{ij} \cdot b \left(\frac{2n\pi}{l} \right)^2 + B_{ij} \cdot \alpha_{ij} \right) \cdot \sin \alpha_{ij} (t-t_i) + \left(A_{ij} \cdot \alpha_{ij} - \right. \right. \\
 & \left. \left. - B_{ij} \cdot b \left(\frac{2n\pi}{l} \right)^2 \right) \cdot \left(\exp \left[-b \left(\frac{2n\pi}{l} \right)^2 (t-t_i) \right] - \cos \alpha_{ij} (t-t_i) \right) \right] \times \\
 & \times \left[\alpha_{ij}^2 + b^2 \cdot \left(\frac{2n\pi}{l} \right)^4 \right]^{-1} \} \quad (23)
 \end{aligned}$$

三、算 例

利用式 (23), 采用FORTRAN-77编制计算机程序, 然后在IBM-PC/XT微型计算机运算。下面给出算例。

如图2所示一单环集气管网, 管长50km, 直径 $D=0.15\text{m}$, 分气点流量:
 $Q_{mi}(t) = Q_{mi}^0 \cdot [1 - A_i \cdot \sin \alpha_i t]$, 所需参数见表1。

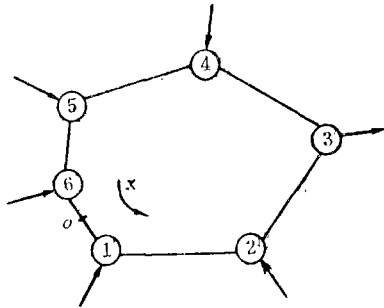


图2 单环集气管网图

算例参数表

表1

进分气点 (i)	x_i (km)	Q_{mi}^0 (kg/s)	$P(x_i, 0)$ (MPa)	A_i	α_i (1/h)	t_i (h)
1	2.5	-1.456	4.404	0.56	0.786	2.0
2	12.5	-0.971	4.189	0.37	0.786	2.0
3	22.5	5.826	3.648	0.45	0.786	2.0
4	32.5	-1.214	4.220	0.42	0.786	2.0
5	42.5	-1.214	4.408	0.39	0.786	2.0
6	47.5	-0.971	4.410	0.34	0.786	2.0

表2是原点、进分点0~12h(间隔半小时)的压力值, 图3是 $t=3, 6, 10\text{h}$ 时沿管线压力分布曲线。从表2可以看出: 进分气点流量不变时($t < 2\text{h}$, 稳态流动), 各点的压力不变; 边界处压力相等。

$P(x, t)$ (MPa)

表2

$x(\text{km})$	0.0	2.5	12.5	22.5	32.5	42.5	47.5	50.0
0.00	4.409	4.402	4.186	3.660	4.217	4.400	4.410	4.409
0.50	4.405	4.385	4.157	3.689	4.198	4.404	4.416	4.405
1.00	4.405	4.385	4.157	3.689	4.198	4.404	4.416	4.405
1.50	4.405	4.385	4.157	3.689	4.198	4.404	4.416	4.405
2.00	4.405	4.385	4.157	3.689	4.198	4.404	4.416	4.405
2.50	4.373	4.355	4.163	3.772	4.198	4.374	4.384	4.373
3.00	4.350	4.335	4.179	3.857	4.208	4.352	4.359	4.350
3.50	4.343	4.330	4.200	3.925	4.224	4.346	4.352	4.343
4.00	4.355	4.342	4.222	3.965	4.245	4.358	4.363	4.355
4.50	4.382	4.369	4.243	3.972	4.267	4.385	4.390	4.382
5.00	4.421	4.407	4.260	3.944	4.288	4.424	4.430	4.421
5.50	4.467	4.450	4.269	3.885	4.302	4.468	4.477	4.467
6.00	4.511	4.492	4.270	3.805	4.310	4.511	4.522	4.511
6.50	4.548	4.526	4.261	3.716	4.308	4.546	4.560	4.548
7.00	4.571	4.546	4.246	3.630	4.299	4.567	4.585	4.571
7.50	4.577	4.551	4.224	3.563	4.282	4.573	4.592	4.577
8.00	4.566	4.538	4.202	3.523	4.261	4.561	4.581	4.566
8.50	4.538	4.511	4.181	3.516	4.239	4.534	4.553	4.538
9.00	4.499	4.473	4.165	3.545	4.219	4.495	4.513	4.499
9.50	4.453	4.430	4.155	3.604	4.204	4.451	4.467	4.453
10.00	4.409	4.388	4.155	3.684	4.197	4.408	4.421	4.409
10.50	4.373	4.355	4.163	3.773	4.198	4.373	4.383	4.373
11.00	4.349	4.334	4.180	3.858	4.208	4.352	4.359	4.349
11.50	4.343	4.330	4.200	3.926	4.224	4.346	4.352	4.343
12.00	4.355	4.343	4.223	3.966	4.246	4.359	4.363	4.355

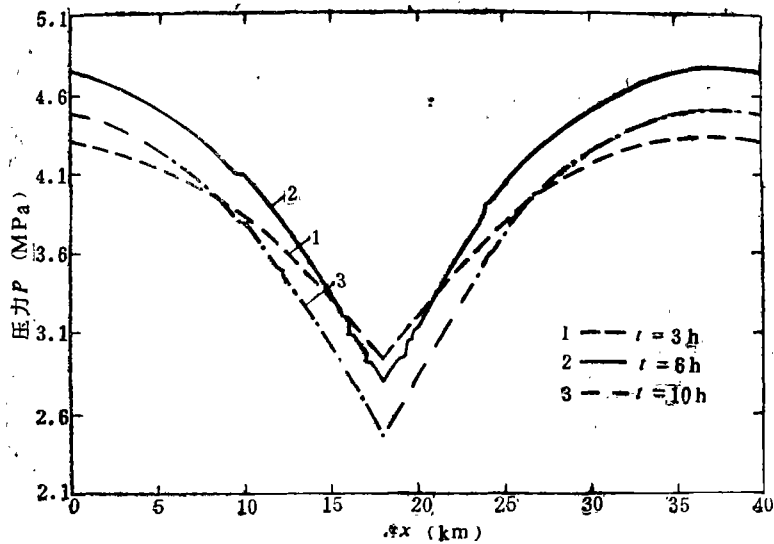


图8 沿管线的压力分布

四、结 语

本文采用适合气体瞬态或稳态流动的方程,计算单环管网内气体压力,弥补了按稳态公式计算沿管线压力在某些情况下引起较大偏差的不足;求解气体瞬态流动方程的解析解占用计算机内存少,计算速度快,为调度管理赢得了时间。

参 考 文 献

- [1] С.А.Бобровский等著,陈祖泽译:《天然气管路输送》,石油工业出版社,1985
- [2] В.В.Грачев等:《复杂管路系统》(俄文),1982
- [3] 清华大学工程力学系,潘文全主编:《流体力学基础》(上册),机械工业出版社,1983
- [4] 曾自强:环形输气管网的不稳定流动,《天然气工业》,1986,第4期

(收稿日期:1988年10月21日)

《焊管》征订启事

《焊管》杂志是我国焊接钢管行业唯一公开发行的技术性期刊,由中国石油天然气总公司焊接钢管研究所主办。主要报道国内外焊接钢管材料、焊管工艺与设备、质量检测、试验研究、产品应用等方面的科技成果。设有综述、试验与研究、应用与开发、经验交流、知识园地、科学管理、国外焊管、行业展望、文摘题录、消息报道等栏目。

《焊管》杂志为双月刊,逢单月28日出版,正文64页,每期定价1.40元,全年定价8.40元,由陕西省宝鸡市邮电局发行,全国各地邮局均可订阅,代号52-89。欲订者从速办理。本刊地址,陕西省宝鸡市姜谭路10号。

《焊管》编辑部