

· 设计计算 ·

## 关于立式油罐经济保温厚度的计算

王 成 仁

(石油工业部管道科学研究院)

正确地进行油罐加热计算是合理地选用加热面积和确定蒸汽消耗的重要步骤。

以往在求油罐外壁表面温度时, 常用试算法; 本文采用线性分式插值法。

文中还对罐壁到周围介质的外部辐射放热系数计算, 进行了简化。最后应用0.618方法, 在考虑了投资和热能节省费用的利息后, 求大罐保温最优经济厚度。

### 一、罐壁到周围介质的外部辐射 放热系数计算的简化

$$\alpha_3 = 4.5 \frac{\left(\frac{t_{Cm} + 273}{100}\right)^4 - \left(\frac{t_B + 273}{100}\right)^4}{t_{Cm} - t_B} \quad (1)$$

显然,  $t_{Cm} < 273$ ,  $t_B < 273$ 。

现将括号内各项依牛顿二项式展开, 并忽略三次以后各项

$$\alpha_3 = \frac{4.5 \times \left(\frac{273}{100}\right)^4 \left[ \frac{6}{273^2} (t_{Cm}^2 - t_B^2) + \frac{4}{273} (t_{Cm} - t_B) \right]}{t_{Cm} - t_B} \quad (2)$$

$$\alpha_3 = 4 + 0.022 (t_{Cm} + t_B)$$

现将式(1)与式(2)计算的结果列于下表。

$t_{Cm} \backslash t_B$		$t_B$										
		10	5	0	-5	-10	-15	-20	-25	-30	-35	-40
95	式(1)	6.32	6.18	6.06	5.93	5.81	5.69	5.59	5.46	5.35	5.24	5.13
	式(2)	6.31	6.20	6.09	5.98	5.87	5.76	5.65	5.54	5.43	5.32	5.21
100	式(1)	6.48	6.35	6.22	6.09	5.96	5.85	5.72	5.60	5.48	5.38	5.28
	式(2)	6.42	6.31	6.20	6.09	5.98	5.87	5.76	5.65	5.54	5.43	5.32

由表中看出绝对误差小于等于0.08。

\* 引自石油工业部北京设计院姚惠文、杨承汉:《立式罐加热计算》, 1965.12。

## 二、线性分式插值法

以往在求 $t_{cm}$ 时,常采用试算法。即,假设一个 $t_{cm}$ 值来验证:

$$t_{cp} - \frac{K_c}{a_1} (t_{cp} - t_B) - t_{cm} \leq 1 \quad ^\circ\text{C}$$

这一不等式是否满足。

$$\text{令} \quad t_{cp} - \frac{K_c}{a_1} (t_{cp} - t_B) - t_{cm} - 1 = f(t_{cm}) = 0 \quad (3)$$

这是一个超越方程。对于超越方程的解法有许多,对于我们这个问题,采用线性分式插值法收敛速度快,效率高,对初始值要求不苛刻。

设式(3)解的三个近似值为: $t_{cm \cdot 1}$ ,  $t_{cm \cdot 2}$ ,  $t_{cm \cdot 3}$ , 其相应函数值是 $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ 。通过这三个近似值点构造线性分式函数

$$G(t_{cm}) = \frac{t_{cm} - a}{b \cdot t_{cm} + c}$$

$$\text{整理得} \quad b \cdot G(t_{cm}) t_{cm} + c \cdot G(t_{cm}) - t_{cm} + a = 0 \quad (4)$$

其中的 $a$ ,  $b$ ,  $c$ 满足下列线性方程组

$$\left. \begin{aligned} a + f_1 \cdot t_{cm \cdot 1} \cdot b + f_1 \cdot c &= t_{cm \cdot 1} \\ a + f_2 \cdot t_{cm \cdot 2} \cdot b + f_2 \cdot c &= t_{cm \cdot 2} \\ a + f_3 \cdot t_{cm \cdot 3} \cdot b + f_3 \cdot c &= t_{cm \cdot 3} \end{aligned} \right\} (5)$$

式(4)代表一条双曲线(见图1),故又称双曲线插值。

在近似值附近,就以此线性分式函数来近似非线性函数,且以此线性分式的零点,

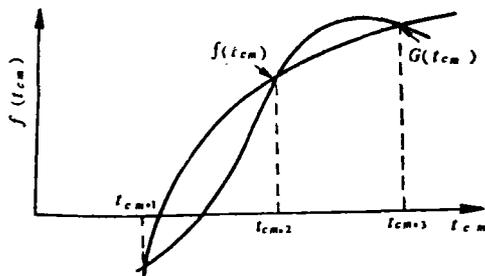


图1  $f(t_{cm})$  函数图

$$t_{cm \cdot 4} = t_{cm \cdot 3} + \frac{(t_{cm \cdot 3} - t_{cm \cdot 2})(t_{cm \cdot 3} - t_{cm \cdot 1})f_3(f_2 - f_1)}{(t_{cm \cdot 3} - t_{cm \cdot 2})(f_1 - f_3)f_2 + (t_{cm \cdot 3} - t_{cm \cdot 1})(f_3 - f_2)f_1} \quad (6)$$

作为非线性方程(5)解的一个新近似值,然后以 $t_{cm \cdot 2}$ ,  $t_{cm \cdot 3}$ ,  $t_{cm \cdot 4}$ 代替 $t_{cm \cdot 1}$ ,  $t_{cm \cdot 2}$ ,  $t_{cm \cdot 3}$ 重复上述步骤得到 $t_{cm \cdot 5}$ ,直到近似值充分接近解为止。

为保证精度,令

$$\lambda_3 = \frac{t_{cm \cdot 3} - t_{cm \cdot 2}}{t_{cm \cdot 2} - t_{cm \cdot 1}}$$

$$\delta_3 = 1 + \lambda_3$$

于是式(6)变为

$$t_{cm \cdot 4} = t_{cm \cdot 3} + \lambda_4 (t_{cm \cdot 3} - t_{cm \cdot 2})$$

其中

$$\lambda_4 = \frac{f_3(\delta_3 f_2 - \lambda_3 f_1) - f_3 f_1}{f_3(\delta_3 f_1 - \lambda_3 f_2) - f_2 f_1}$$

方法的异常情况及其处理

1. 当 $f_1 = f_2 = f_3$ 时, 即三点位于一水平直线上, 此时 $\lambda_4 = 0/0$ 。

2. 当 $f_2 = f_1$ 时,  $\lambda_4 = 0$ ,  $t_{C_{m.4}} = t_{C_{m.3}}$ , 产生假收敛。

当 $f_3 = f_1$ 时,  $\lambda_4 = -1$ ,  $t_{C_{m.4}} = t_{C_{m.2}}$ , 下步计算将出现异常情况, 即 $\lambda_4 = 0/0$ , 此时 $t_{C_{m.3}} = t_{C_{m.1}}$ 。

3. 当 $f_3 = f_2$ 时,  $\lambda_4 = -(1 + \frac{1}{\lambda_3})$ ,  $t_{C_{m.4}} = t_{C_{m.1}}$ 。将在下一步计算产生假收敛。

对于异常情况,  $\lambda_4$ 可取任一值。例如取 $\lambda_4 = 1$ , 继续迭代。

计算步骤:

(1) 准 备 选定三个初始近似值 $t_{C_{m.1}}$ 、 $t_{C_{m.2}}$ 、 $t_{C_{m.3}}$ , 计算相应的 $f(t_{C_{m.1}})$ ,  $f(t_{C_{m.2}})$ ,  $f(t_{C_{m.3}})$ , 并算 $\lambda_3$ ,  $\delta_3$ 。

(2) 迭 代 计 算

$$\lambda_4 = \begin{cases} \frac{f(t_{C_{m.3}})[\delta_3 f(t_{C_{m.2}}) - \lambda_3 f(t_{C_{m.1}})] - f(t_{C_{m.3}})f(t_{C_{m.1}})}{f(t_{C_{m.3}})[\delta_3 f(t_{C_{m.1}}) - \lambda_3 f(t_{C_{m.2}})] - f(t_{C_{m.1}})f(t_{C_{m.2}})} \\ 1 \quad \text{异常情况时} \end{cases}$$

得到新近似值

$$t_{C_{m.4}} = t_{C_{m.3}} + \lambda_4 (t_{C_{m.3}} - t_{C_{m.2}})$$

计算:  $f(t_{C_{m.4}})$ 。

(3) 控 制 如满足

$$|(f_{C_{m.4}})| < \varepsilon \quad (7)$$

终止迭代。否则以 $t_{C_{m.4}}$ 、 $t_{C_{m.3}}$ 、 $t_{C_{m.2}}$ 分别代以 $t_{C_{m.3}}$ 、 $t_{C_{m.2}}$ 、 $t_{C_{m.1}}$ 继续迭代;  $\lambda_4$ 代替 $\lambda_3$ 转步(2)。

### 三、用 0.618 方法求最优经济厚度

进行最优设计时, 常遇到求极值问题。以往设计人员总是进行微商, 然后令其等于零求解。这样做, 有时微商很难求, 有时即使求出了微商, 但结果仍是不好解的超越方程。

本文用 0.618 方法进行优选。油罐保温厚度过薄, 虽然费用低, 但热损失大; 反之, 保温很厚, 热损失虽减少了, 但保温费用升高。因此存在着一个最优经济厚度问题。

#### 1. 不保温时

设经罐顶散出的热量损失为 $q_K$ 。

(1) 经罐壁散出的热量损失 $q_C$ 的计算

$$t_m = \frac{1}{2} (t_{C_p} + t_{C_m})$$

由给定的二点粘度, 根据

$$u = \frac{1}{t_A - t_B} \cdot \ln \frac{\nu_A}{\nu_B}$$

以 $u$ 、 $t_m$ 值代入, 求 $\nu_m$

$$\nu_m = \nu_A \cdot e^{-u(t_m - t_A)}$$

$$\alpha_1 = A \cdot \left( \frac{t_{Cp} - t_{Cm}}{\nu_m} \right)^{1/3}$$

空气雷诺数的计算:

$$Re = \frac{W \cdot D}{\nu_c}$$

再查相应的表, 求出相应的 $C_1$ ,  $n_1$ 。

$$\alpha_2 = C_1 (Re)^{n_1} \cdot \frac{\lambda_B}{D}$$

$$\alpha_3 = 4 + 0.022 (t_{Cm} + t_B)$$

$$K_C = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2 + \alpha_3}}$$

于是式(3)化为

$$\begin{aligned} & t_{Cp} - \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} (t_{Cp} - t_B) - t_{Cm} - 1 \\ &= t_{Cp} - \frac{[\alpha_2 + 4 + 0.022(t_{Cm} + t_B)](t_{Cp} - t_B)}{A \cdot \left[ \frac{t_{Cp} - t_{Cm}}{\nu_A \cdot e^{u(t_A - \frac{t_{Cp} + t_{Cm}}{2})}} \right]^{1/3} + \alpha_2 + 4 + 0.022(t_{Cm} + t_B)} - t_{Cm} - 1 \\ &= f(t_{Cm}) = 0 \end{aligned}$$

应用上面谈到的线性分式插值法, 可求出 $t_{Cm}$ 。

则  $q_C = K_C \times 0.9 F_C (t_{Cp} - t_B)$

(2) 油品保温所需热量 $Q_2$

$$Q_2 = q_K + q_C$$

(3) 设油品升温所需热量为 $Q_1$ , 则所需总热量 $Q$ 为

$$Q = Q_1 + Q_2$$

(4) 加热面积 $F$ 的计算

$$t_m = \frac{t_Q + t_{Cp}}{2}$$

$$K_Q = \frac{1}{R + \frac{1}{A \left( \frac{t_Q - t_{Cp}}{\nu_m} \right)^{1/3}}}$$

$$F = \frac{Q \cdot \varphi}{K_Q (t_Q - t_{c_p})}$$

(5) 蒸汽耗量G为

$$G = \frac{Q}{i_b - i_K}$$

## 2. 保温时

油品升温所需热量, 罐顶散出的热量损失以及加热器内蒸汽向油品传热系数, 均相同。

(1) 罐壁散热量 $q_{c'}$ 的计算

$$K_{c'} = 0.95 \frac{\lambda}{\delta}$$

$$q_{c'} = K_{c'} \times 0.9 F_c (t_{c_p} - t_B)$$

(2) 保温所需热量 $Q_2'$ 为

$$Q_2' = q_K + q_{c'}$$

(3) 所需总热量 $Q'$ 为

$$Q' = Q_1 + Q_2'$$

(4) 加热面积 $F'$ 为

$$F' = \frac{Q' \cdot \varphi}{K_Q (t_Q - t_{c_p})}$$

(5) 蒸汽耗量 $G'$ 为

$$G' = \frac{Q'}{i_b - i_K}$$

## 3. 费用计算

(1) 由于罐壁保温每年所节省的热能费用

$$A_1 = (Q - Q') h_1 \cdot a_1 = (q_c - q_{c'}) h_1 \cdot a_1$$

$$= 0.9 F_c (t_{c_p} - t_B) \cdot \left[ \frac{a_1 (a_2 + a_3)}{a_1 + a_2 + a_3} - 0.95 \frac{\lambda}{\delta} \right] \cdot h_1 \cdot a_1$$

a. 复利时: 第一年末由于保温所节省的热能费用, 到 $m$ 年末为 $A_1 (1+n)^{m-1}$ 元; 第二年末由于保温所节省的热能费用到 $m$ 年末为 $A_1 (1+n)^{m-2}$ 元; 到 $m$ 年末, 所节省的热能总费用

$$\sum_1 = A_1 [(1+n)^{m-1} + (1+n)^{m-2} + \dots + (1+n) + 1] \quad (8)$$

式(8)  $\times (1+n)$

$$\text{得} \quad (1+n) \sum_1 = A_1 [(1+n)^m + \dots + (1+n)] \quad (9)$$

式(9) - 式(8)

得

$$\sum_1 = \frac{(1+n)^m - 1}{n} \cdot A_1$$

b. 单利时: 到 $m$ 年末所节省的热能总费用

$$\begin{aligned} \text{¥}_1 &= A_1 [1 + (m-1)n] + A_1 [1 + (m-2)n] + \dots + A_1 + n + A_1 \\ &= m \cdot A_1 + \frac{m \cdot n}{2} (m-1) A_1 \end{aligned}$$

(2) 由于热损失减少, 而使加热器面积减少所节省的投资

$$\begin{aligned} A_2 &= (F - F') \cdot a_2 = \frac{\varphi}{K_Q (t_Q - t_{Cp})} (Q - Q') \\ &= \frac{0.9\varphi}{K_Q (t_Q - t_{Cp})} F_C (t_{Cp} - t_B) \left[ \frac{a_1 (\alpha_2 + \alpha_3)}{a_1 + \alpha_2 + \alpha_3} - 0.95 \frac{\lambda}{\delta} \right] \cdot a_2 \end{aligned}$$

a. 复利时: 经过 $m$ 年后, 其节省的总额为

$$\text{¥}_2 = A_2 (1 + n)^m$$

b. 单利时:

$$\text{¥}_2 = A_2 (1 + m \cdot n)$$

(3) 由于加热器减少而带来的维护、维修费的减少, 经过 $m$ 年后其累计值

a. 复利时:

$$\text{¥}_3 = A_2 \cdot M_1 \cdot \frac{(1+n)^{m+1} - 1}{n}$$

b. 单利时:

$$\text{¥}_3 = m \cdot M_1 \cdot A_2 + \frac{m \cdot n \cdot A_2 \cdot M_1 (m-1)}{2}$$

(4) 保温材料费用

$$A_4 = \frac{\pi}{4} [(D + 2\delta)^2 - D^2] \cdot H \cdot \delta \cdot a_3$$

a. 复利时: 到 $m$ 年末其累计值

$$\text{¥}_4 = A_4 (1 + n)^m$$

b. 单利时:

$$\text{¥}_4 = A_4 (1 + m \cdot n)$$

(5) 保护层投资费用

$$A_5 = \frac{0.9\pi}{4} [(D + 2\delta + 2\delta')^2 - (D + 2\delta)^2] \cdot H \cdot \delta' \cdot a_4$$

a. 复利时: 到 $m$ 年末

$$\text{¥}_5 = A_5 (1 + n)^m$$

b. 单利时:

$$\text{¥}_5 = A_5 (1 + m \cdot n)$$

(6) 保护层维修费用

$$A_6 = A_5 \cdot M_2$$

a. 复利时: 到 $m$ 年末, 其总额

$$\yen_6 = A_0 \frac{(1+n)^m - 1}{n}$$

b. 单利时:

$$\yen_6 = m \cdot A_0 + \frac{m \cdot n(m-1)}{2} \cdot A_0$$

(7) 由于蒸汽耗量减少, 所节省的蒸汽费用

$$A_3 = (G - G') \cdot h_1 a_5$$

$$= \frac{0.9\varphi}{i_b - i_K} \cdot F_C (t_{Cp} - t_B) \left[ \frac{a_1(a_2 + a_3)}{a_1 + a_2 + a_3} - 0.95 \frac{\lambda}{\delta} \right] \cdot h_1 \cdot a_5$$

a. 复利时: 经过 $m$ 年后, 其节省之总额

$$\yen_4 = A_3 (1+n)^m$$

b. 单利时:

$$\yen_7 = A_3 (1 + m \cdot n)$$

我们设计的目标应当是求保温层厚度 $\delta$ 。

使  $\yen = \yen_1 + \yen_2 + \yen_3 + \yen_7 - \yen_4 - \yen_5 - \yen_6$

在 $m$ 年内盈利最大

即  $m \cdot a (\yen_1 + \yen_2 + \yen_3 + \yen_7 - \yen_4 - \yen_5 - \yen_6)$

$a_0 \leq \delta \leq b_0$ ,  $a_0$ 可取为 $0.02m$ ,  $b_0$ 可取为 $0.09m$ , 取稍大也可。这是一个有约束的求极值问题。

对于这个问题的求解, 人们习惯用求导数方法, 但这个方法不是对所有问题都有效。我们这里采用0.618方法作个尝试。

0.618法的作法是:

第一个试验点 $\delta_1$ 设在 $(a_0, b_0)$ 上的0.382位置上(见图2)。

$$\text{即 } \delta_1 = a_0 + 0.382(b_0 - a_0) \quad (10)$$



第二个试验点 $\delta_2$ 取在 $(a_0, b_0)$ 上的0.618位置上。

$$\text{即 } \delta_2 = a_0 + 0.618(b_0 - a_0) = a_0 + b_0 - \delta_1 \quad (11)$$

式(10)与(11)叫对称公式。

如果(i)  $\yen(\delta_1) \geq \yen(\delta_2)$ 时把 $(\delta_2, b_0)$ 舍去; (ii)  $\yen(\delta_1) < \yen(\delta_2)$ 时, 把 $(a_0, \delta_1)$ 舍去。

下一步再在余下的范围中找, 即把剩下的区间端点, 分别记作 $a_0, b_0$ 。最优经济保温厚度 $\delta$ 求出后, 再按下式求回收年限 $T$ 。

$$T = \frac{\yen_4 + \yen_5}{\yen_1 + \yen_2 + \yen_3 + \yen_7 - \yen_6}$$

(a) 复利时:

$$T = \frac{(A_4 + A_5)(1+n)^T}{\frac{(1+n)^T - 1}{n} \cdot A_1 + (1+n)^T \cdot (A_2 + A_3) + \frac{(1+n)^{T+1} - 1}{n} \cdot A_2 \cdot M_1 - A_5 \cdot M_2 \cdot (1+n)^T}$$

(b) 单利时:

$$T = \frac{(A_4 + A_5)(1 + T \cdot n)}{T(A_1 + A_2 \cdot M_1) + (1 + T \cdot n)(A_2 + A_3) + \frac{(T-1)}{2} \cdot T \cdot n(A_1 - A_6 + A_2 \cdot M_1) - T \cdot A_6}$$

如  $T \leq T'$  可进行保温, 否则保温不经济 (但储存含蜡原油的浮顶罐除外), 其  $T'$  为所要求事先给定的回收年限。

此方程可按本文第一个问题进行求解, 也可采用对分区间套法, 或迭代法。

### 主要符号含义

- |  |   |
|--|---|
| $t_{cm}$ ——油罐外壁表面温度, $^{\circ}\text{C}$ ;  | $t_Q$ ——蒸汽进口温度, $^{\circ}\text{C}$ ;  |
| $t_B$ ——最冷月份的平均温度, $^{\circ}\text{C}$ ;  | $K_Q$ ——加热器内蒸汽向油品传热系数,<br>$4.1868\text{kJ}/\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{C}$ ;  |
| $a_3$ ——罐壁到周围介质的外部辐射放热<br>系数, $4.1868\text{kJ}/\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{C}$ ; | $R$ ——影响传热效果的补充热阻,<br>$\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{C}/4.1868\text{kJ}$ ;      |
| $t_{cp}$ ——油品平均温度, $^{\circ}\text{C}$ ;  | $G$ ——蒸汽耗量, $\text{kg}/\text{h}$ ;  |
| $K_C$ ——罐壁向空气的传热系数, $4.1868$<br>$\text{kJ}/\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{C}$ ;     | $i_b$ ——蒸汽热焓, $4.1868\text{kJ}/\text{kg}$ ;   |
| $a_1$ ——油品到罐壁的放热系数, $4.1868$<br>$\text{kJ}/\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{C}$ ;     | $i_k$ ——冷凝液热焓, $4.1868\text{kJ}/\text{kg}$ ;  |
| $q_c$ ——经罐壁散出的热量损失, $4.1868$<br>$\text{kJ}/\text{h}$ ;   | $\lambda$ ——保温材料的导热系数, $4.1868$<br>$\text{kJ}/\text{m} \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{C}$ ; |
| $\varepsilon$ ——事先给定的精度要求;   | $\delta$ ——保温层厚度, $\text{m}$ ;  |
| $t_m$ ——平均油温与罐壁温度的平均值,<br>$^{\circ}\text{C}$ ;   | $\varphi$ ——过冷却系数;  |
| $\nu_m$ —— $t_m$ 下的运动粘度, $10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ ;  | $Q'$ ——保温时, 油品加热所需总热量,<br>$4.1868\text{kJ}/\text{h}$ ;  |
| $A$ ——由油品重度所决定的系数;   | $h_1$ ——年工作小时数, $\text{h}$ ;  |
| $W$ ——最冷月份平均风速, $\text{m}/\text{s}$ ;  | $a_1$ ——热量费用, $0.2388\text{元}/\text{kJ}$ ;  |
| $D$ ——大罐外径, $\text{m}$ ;   | $n$ ——年利率;  |
| $\nu_c$ ——空气的运动粘度, $10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ ;  | $a_2$ ——加热器费用, $\text{元}/\text{m}^2$ ;  |
| $\lambda_B$ ——空气的导热系数, $4.1868\text{kJ}/$<br>$\text{m} \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{C}$ ;    | $M_1$ ——设备维修费所占设备费, %;  |
| $a_2$ ——罐壁周围介质的外部放热系数,<br>$4.1868\text{kJ}/\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{C}$ ;     | $H$ ——油罐高度, $\text{m}$ ;  |
| $F_C$ ——罐壁表面积, $\text{m}^2$  | $\delta'$ ——保护层厚度, $\text{m}$ ;   |
| $Q$ ——油品加热所需总热量, $4.1868$<br>$\text{kJ}/\text{h}$ ;  | $a_3$ ——保温材料费用, $\text{元}/\text{m}^3$ ;   |
|  | $a_4$ ——保护层投资费用, $\text{元}/\text{m}^3$ ;  |
|  | $M_2$ ——保护层维修费占保护层投资费,<br>%;  |
|  | $a_5$ ——蒸汽费用, $\text{元}/\text{kg}$ 。  |