

# 数值解法模拟长输管道末端储气规律

周游\* 田贯三 张增刚

(山东建筑工程学院)

周游 田贯三等:数值解法模拟长输管道末端储气规律,油气储运,2004,23(7) 29~34。

**摘要** 采用了克兰克-尼科尔森(Crank-Nicolson)格式对天然气长输管道不稳定流动的数学模型进行了数值求解。考虑城市用气变化规律,对长输管道末端储气问题进行了研究,并通过实例对研究结果进行了分析。天然气在长输管道中的流动是不稳定流,因而不能按照天然气在低压、小流量、短距离输送工况下稳定流的方法进行分析、研究。

**关键词** 数值法 模拟 长输管道 储气 规律

## 一、长输管道末端储气规律

长输管道末段是指最后一个压气站与城市门站之间的输气管段,除了具有输气功能外,还具有较大的储气能力,因此,通常将输气管段末段作为解决城市昼夜用气不均衡性的储气容器。国外对于利用长输管道末段压力的变化进行储气这一问题进行了很多的研究<sup>[1~5]</sup>,但主要是按末段管道的最大和最小平均压力进行计算的,与城市用气变化规律不耦合,无法用于制定城市供气调度方案。

因为管道末端是各种不同的用户,所以管道出口处的压力、流量是随着城市的昼夜用气量的变化而变化的,因此可以认为,管道末段的终点流量等于城市的用气量。

分析城市昼夜用气量随时间变化的曲线(见图1)可以看出,当城市用气量处于低峰时(即处于AB、FG段),城市用气量小于末段管道恒定的起点流量(相当于昼夜平均用气量的4.17%),多余的气体会积存在末段管道内;当城市用气处于高峰时(即处于BCD、DEF段),末段管道的终点流量大于起点流量,不足的气体由积存在末段管道中的气体进行补充。这两种过程属于不稳定流动。

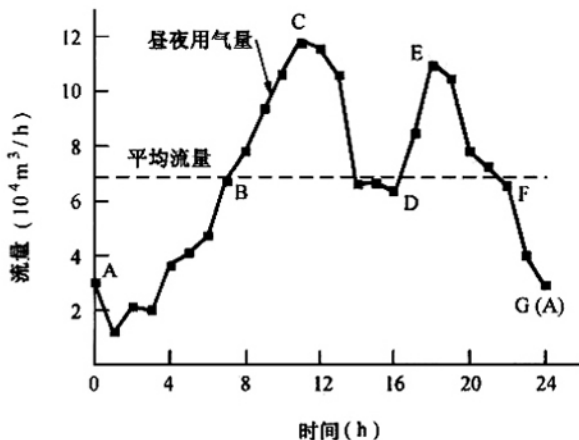


图1 城市昼夜用气随时间变化曲线

## 二、数学模型

### 1、模型的数学描述

对不稳定工况的研究,采用下列方程<sup>[2,3]</sup>:

$$\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \rho g \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\lambda v^2}{2D} \rho = 0$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial x} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t} = 0$$

$$P = Z \rho RT$$

将方程线性化,线性化条件为:

$$\lambda \frac{\rho v^2}{2D} = k \rho v$$

$$k = \lambda v_{c_p} / (2D)$$

- 式中  $P$  ——管道中天然气的压力,MPa;
- $\rho$  ——天然气密度,kg/m<sup>3</sup>;
- $v$  ——管段中气体流动速度,m/s;
- $\lambda$  ——水力摩阻系数;
- $t$  ——时间,s;
- $x$  ——沿管道的距离,m;
- $D$  ——管道内径,mm;
- $c$  ——气体中的声速,m/s;
- $Z$  ——气体的压缩因子;
- $R$  ——气体常数;
- $T$  ——气体温度,K;
- $k$  ——线性化系数;
- $v_{c_p}$  ——天然气在管段中的平均速度,m/s。

天然气在管内的流速是变化的,其密度与管道输送压力、输送温度有关。考虑到线性化条件、边界条件,将  $\rho v$  用质量流量表示为:

$$\rho v = \frac{G}{F}$$

- 式中  $G$  ——质量流量;
- $F$  ——管道截面积。

由此,上述研究不稳定工况的方程可以变形为:

$$\frac{\partial P}{\partial x} + 2 \frac{kD}{\lambda F} \frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial G}{F \partial t} + \rho g \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{kG}{F} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial G}{F \partial x} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

$$P = Z \rho RT \quad (3)$$

式(1)~式(3)中有 4 个未知量,考虑到天然气在管段中流动时与土壤之间存在换热现象,以及焦耳-汤姆逊效应产生的温度变化。因此可以再补充一个天然气能量平衡方程<sup>[6]</sup>,以便于求解,即:

$$-K \pi D(T - T_0)dx = G C_p dT - G C_p D_h dP + Gg dz + Gd\left(\frac{v^2}{2}\right) \quad (4)$$

- 式中  $T_0$  ——环境温度,K;
- $C_p$  ——天然气的定压比容,J/(kg · K);
- $D_h$  ——天然气的焦耳-汤姆逊系数。

## 2、边界条件及初始条件

边界条件是指管道起点、终点的约束条件。对于管道储气调峰问题,其边界条件为,管段起点的流量保持不变,终点流量随时间而变化,起点压力不大于管道最大承压能力,终点压力不小于门站要求的入口压力。相应的边界条件用公式可以表述为:

$$\begin{cases} x = 0, Q(0, t) = const \\ x = l, Q(l, t) = Q(t) \\ x = 0, P(0, t) \leq P_{max} \\ x = l, P(l, t) \geq P_{min} \end{cases} \quad (5)$$

假设管段起点流量为  $Q_0$ ,其用气负荷按  $Q_0 + Q_1 \sin(\omega t)$  规律变化,起点压力  $P_0$  恒定,同时将管段中天然气的体积流量用质量流量来替代,则式(5)可以用下面的边界条件式代替,即:

$$\begin{cases} x = 0, G(0, t) = G_0 \\ x = l, G(l, t) = G_0 + G_1 \sin(\omega t) \\ x = 0, P(0, t) = P_0 \end{cases} \quad (6)$$

## 三、模型的数值计算

数值求解法是以离散数学为基础,以计算机为工具的一种求解方法,与各种分析求解的方法相比,数值求解法在应用方面表现出很大的适用性,能够很好地处理并解决诸如非线性、复杂几何形状、复杂边界条件和耦合的偏微分方程组等问题。随着计算机技术的迅速发展,数值计算的精度和速度也随之大幅度提高。目前用于求解偏微分方程的数值方法主要有有限差分法(FDM)、有限元法(FEM)和边界元法(BEM)。有限元法起源于固体力学和结构分析,与有限差分法相比,有限元法在整个区域内单元的划分比较随意,更易于处理不规则几何形状问题。有限差分法涉及的数学基础及表达式比较简单,所以,在此采用有限差分法,求解天然气长输管道不稳定流动的基本方程组。

### 1、模型方程的简化

文献[7]提供了基于守恒原理的 Wendroff 差分格式,由该差分格式建立的方程组是一个大型的非线性方程组,对于这样一个非线性方程组,在求解时如果采用 Newton-Raphson 法与高斯全主元消去法相结合的方法时,求解时间与方程组的阶数成三次

方的关系。为了减小求解难度,在求解之前可以根据管道实际运行工况,对数学模型进行以下适当的简化<sup>[5]</sup>。

(1)在实际的输气管道中,天然气流速不会很大(接近声速),因此可以忽略对流项。

(2)流量随时间的变化不会太大,可以忽略惯性项。

(3)起点与终点的高差不超过 200 m 时,可以忽略高差带来的影响。

于是方程式(1)可以简化为:

$$\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{kG}{F} = 0 \quad (7)$$

将方程(7)与方程式(2)组成一个闭合的方程组。两者联立消去变量  $P$ ,可以得到:

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \frac{c^2}{k} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} \quad (8)$$

## 2、差分格式及差分方程的建立<sup>[8]</sup>

由于研究的是天然气在管道中的不稳定流动,气体的流动状态是随着时间和空间的变化而变化的,因此,对求解区域的离散化不仅涉及空间坐标的离散化,而且还需要将时间离散化。根据要求及计算精度,选取管道步长  $\Delta x$  和时间步长  $\Delta t$ (见图 2)。这样将一个连续函数  $G = G(x, t)$  的问题转化为求特定的节点、特定时间间隔上( $x = i\Delta x, t = j\Delta t$ )的流量值  $G_i^j$ , ( $i = 1, 2, \dots, n; j = 0, 1, 2, \dots, n+1$ )的离散问题。

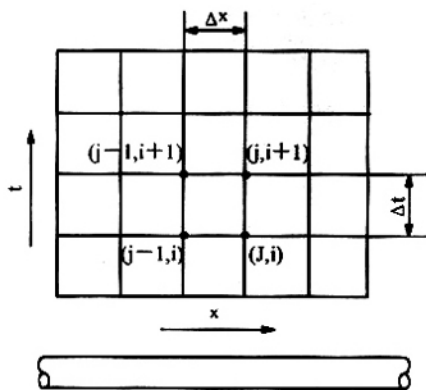


图 2 时空区域的离散化

对方程式(8)采用朝前差分,则  $j$  时刻对时间的偏导数近似为:

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \frac{G_i^{j+1} - G_i^j}{\Delta t}$$

对坐标  $x$  的二阶偏导数用  $j$  时刻的中心差分近似为:

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = \frac{G_{i-1}^j - 2G_i^j + G_{i+1}^j}{(\Delta x)^2}$$

经整理,可以得到内节点朝前差分形式的节点方程:

$$G_i^{j+1} = f(G_{i-1}^j + G_{i+1}^j) + (1 - 2f)G_i^j \quad (9)$$

$$f = \frac{c^2 \Delta t}{k(\Delta x)^2}$$

其截断误差为  $O(\Delta t) + O(\Delta x)^2$ 。

在  $j+1$  时刻的节点流量  $G_i^{j+1}$ ,可以由  $j$  时刻的已知流量  $G_{i-1}^j, G_i^j$  和  $G_{i+1}^j$ ,根据式(9)求得,这种差分格式为显式格式。

对方程式(8)采用朝后差分,则  $j+1$  时刻对时间的偏导数近似为:

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \frac{G_i^{j+1} - G_i^j}{\Delta t}$$

对坐标  $x$  的二阶偏导数用  $j$  时刻的中心差分近似为:

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = \frac{G_{i-1}^{j+1} - 2G_i^{j+1} + G_{i+1}^{j+1}}{(\Delta x)^2}$$

经整理,可以得到内节点朝后差分形式的节点方程:

$$-fG_{i-1}^{j+1} + (1 + 2f)G_i^{j+1} - fG_{i+1}^{j+1} = G_i^j \quad (10)$$

其截断误差为  $O(\Delta t) + O(\Delta x)^2$ 。

由于在一个节点方程中有 3 个未知节点流量,因此为了确定  $j+1$  时刻各节点温度,需要解一组联立代数方程。这种差分格式为隐式格式。

对于空间变量  $x$  的偏导数的有限差分取显式格式(9)和隐式格式(10)的算术平均值来表示,则内节点的差分方程变为克兰克-尼科尔森(Crank-Nicolson)格式:

$$\begin{aligned} & -fG_{i-1}^{j+1} + 2(1+f)G_i^{j+1} - fG_{i+1}^{j+1} \\ & = fG_{i-1}^j + 2(1-f)G_i^j + fG_{i+1}^j \end{aligned} \quad (11)$$

其截断误差为  $O[(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2]$ ,精度高于朝前差分和朝后差分。

## 3、差分方程的求解

整理方程式(11),可以得到下列矩阵:

$$\begin{bmatrix} -f & 2(1+f) & -f & & \\ & -f & 2(1+f) & -f & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & -f & 2(1+f) & -f & \\ & & -f & 2(1+f) & -f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_0^{j+1} \\ G_1^{j+1} \\ \dots \\ G_{n-1}^{j+1} \\ G_n^{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f G_0^j + 2(1-f) G_1^j + f G_2^j \\ f G_1^j + 2(1-f) G_2^j + f G_3^j \\ \dots \\ f G_{n-3}^j + 2(1-f) G_{n-2}^j + f G_{n-1}^j \\ f G_{n-2}^j + 2(1-f) G_{n-1}^j + f G_n^j \end{bmatrix} \quad (12)$$

由边界条件,左边界为恒定的气体流入,化为节点形式为  $G_0^j = G_0$ ;右边界为随时间变化的流量输出,即  $G_n^j = G_0 + G_1 \sin(\omega_j \Delta \tau)$ 。

利用追赶法解上述矩阵方程,可以求得不同时刻管段沿线的流量。

因为  $\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{kG}{F} = 0$ , 而  $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{P_{i+1}^j - P_i^j}{\Delta x}$ , 所以不同时刻管段沿线各处的压力可以由下式求出:

$$P_{i+1}^j = P_i^j - \Delta x \frac{kG_i^j}{F} \quad (13)$$

方程式(3)的差分格式为:

$$P_i^j = Z \rho_i^j R T_i^j \quad (14)$$

方程式(4)的差分格式为:

$$\begin{aligned} & -K\pi D(T - T_0) dx \\ & = G C_p \frac{T_{i+1}^j - T_i^j}{\Delta x} - G C_p D_h \frac{P_{i+1}^j - P_i^j}{\Delta x} \end{aligned} \quad (15)$$

将式(14)代入式(15),变形得到:

$$\rho_i^j = \frac{P_i^j}{ZRT_i^j} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} T_{i+1}^j &= T_i^j - \frac{K\pi D}{GC_p} (T - T_0) \Delta x \\ &+ D_h (P_{i+1}^j - P_i^j) \end{aligned} \quad (17)$$

利用式(16)和式(17)可以计算出不同时刻管段沿线各处的温度和油品密度。

#### 4、管道末段储气量的计算

管道储气调峰技术应用的关键在于所采用的分析方法。目前的分析方法有两种,一种是考虑稳态流动的方法,另一种是考虑不稳定流动的方法。

稳定流动的计算方法是一种比较原始的分析方法。该方法是假设在储气高峰点时首站的压力最高,在低谷时末端的压力最低。将高峰时管道内的天然气容量减去低谷时管道内的天然气容量,即得到输气管道的储气量<sup>[2]</sup>。其 101.3 kPa, 20℃ 时的计算公式为:

$$\Delta Q = V(P_{max} - P_{min})$$

式中  $\Delta Q$ ——管道的储气量,  $m^3$ ;

$V$ ——管道的几何容积,  $m^3$ ;

$P_{max}$ ——储气高峰时管道的平均压力, MPa;

$P_{min}$ ——储气低谷时管道的平均压力, MPa。

天然气管道末段储气时,天然气在管路中的流动是不稳定流动,同时还因为天然气的可压缩性,使管道的终点运行参数与起点运行参数相比呈现一定的滞后性,也就是起点压力处于最高点时,终点的压力并不是最高点;起点压力处于最低点时,终点的压力并不是最低点。因此,按照稳定流的方法来计算管段的储气量,计算结果将出现误差,比实际的储气量偏小约 10%~15%。

通过上述分析、计算,得到了管道输气流量、压力与管段末端流量变化之间的关系。根据储气调峰原理,将周期为  $T$  的时间划分为  $N$  个有限的时刻,每一个时刻( $i$ )的理论储气调峰曲线为:

$$\Delta G = \sum_{j=0}^i [G_0 - G(j)] \Delta t \quad (18)$$

$$(j = 0, 1, \dots, i; i = 0, 1, \dots, N)$$

式中  $\Delta t$ ——时间间隔。

管道末段 101.3 kPa, 20℃ 时的储气量为:

$$\Delta Q = \Delta G / \rho_0 \quad (19)$$

式中  $\Delta G$ ——管段的储气量, kg;

$\rho_0$ ——天然气在标准状态下的密度,  $kg/m^3$ 。

### 四、举例分析

假设长输管道的末段向某一城市供气,城市的昼夜用气量按  $Q_2 = Q_0 + Q_1 \sin(\omega t - 0.5\pi)$  规律变化(见图 3)。输气管道的管径( $D$ )为 1 020 mm,管段长度( $L$ )为 200 km,压气站按照压力( $P_0$ )为 2.0 MPa、昼夜平均流量( $Q_0$ )为  $15 \times 10^4 m^3/h$  向管段供气,城市用气高峰、低谷与平均流量相差为  $5 \times 10^4 m^3/h$ ,其中城市配气管网要求的最低工作压力为 0.5 MPa,于是得到城市的昼夜用气量为:

$$Q_2 = 15 \times 10^4 + 5 \times 10^4 \sin(\omega t - 0.5\pi)$$

计算时,空间距步按 10 km 选择,时间步长按 1 h 选择,可以得到管段在不同时间的末端流量、终点压力和储气量(见表 1)。

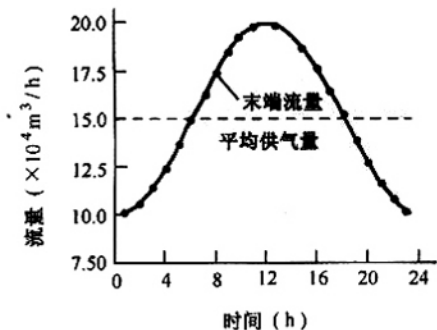


图 3 管道末端流量随时间的变化

表 1 管段在不同时间的流量、终点压力和储气量

时间	末端流量 ( $10^4 \text{ m}^3/\text{h}$ )	终点压力 (MPa)	储气量 ( $10^4 \text{ m}^3/\text{h}$ )
0:00	10.0	1.43	5.0
1:00	10.2	1.45	9.8
2:00	10.7	1.46	14.1
3:00	11.4	1.46	17.7
4:00	12.5	1.46	20.2
5:00	13.7	1.46	21.5
6:00	14.9	1.45	21.6
7:00	16.2	1.44	20.4
8:00	17.4	1.43	18.0
9:00	18.5	1.42	14.5
10:00	19.3	1.41	10.2
11:00	19.8	1.40	5.4
12:00	20.0	1.40	0.4
13:00	19.9	1.39	-4.5
14:00	19.4	1.38	-8.9
15:00	18.6	1.38	-12.5
16:00	17.6	1.39	-15.1
17:00	16.4	1.39	-16.5
18:00	15.2	1.40	-16.7
19:00	13.9	1.41	-15.6
20:00	12.7	1.42	-13.3
21:00	11.6	1.43	-9.9
22:00	10.8	1.44	-5.7
23:00	10.2	1.45	-0.9

分析表 1 数据可以得到以下结论。

(1) 长输管道末端储气量变化受用气负荷、用气规律的影响,但最大储气量出现的时间要比最大用气负荷出现的时间有所延迟(见图 4)。

(2) 长输管道末段的储气量与管段的长度、起点

压力、管段的管径、末端的用气负荷有关,其中受用气负荷的影响最大(见图 4)。当用气量减小时,管段的储气量增加,反之则减少。

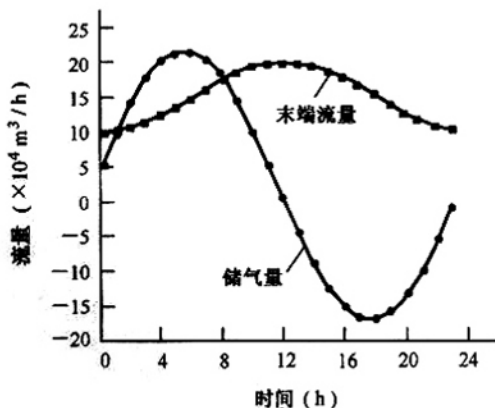


图 4 管道末端流量与储气量

(3) 末端的压力受用气负荷的影响,其变化呈现明显的周期性(见图 5)。

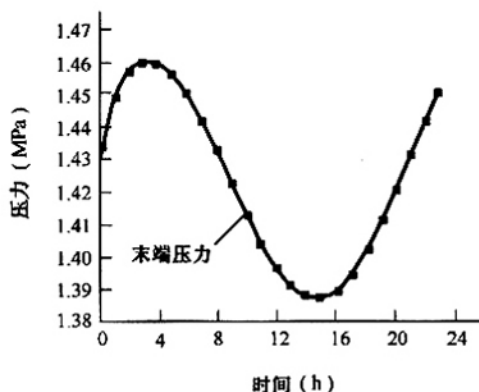


图 5 压力随时间的变化

(4) 长输管道末段的储气过程属于不稳定流动,如果按稳定流动的方法计算储气量,虽然可以简化计算,但计算结果会偏小。

## 五、结 论

(1) 采用数值解法研究了长输管道的末端储气规律。

(2) 以天然气不稳定流动的数学模型将气体在管网中流动的问题抽象成数学模型,在求方程的数值解之前,应根据实际管道运行工况,在保证与实际情况差别不大的情况下,对数学模型进行适当的简化,以降低求解难度。

# 混合遗传算法在输油管道优化运行中的应用

高松竹\*

汪玉春

许萍

(中国人民解放军后勤工程学院) (西南石油学院) (中国人民解放军后勤工程学院)

高松竹 汪玉春等:混合遗传算法在输油管道优化运行中的应用,油气储运,2004,23(7) 34~37.

**摘 要** 介绍了一种由模拟退火算法和遗传算法结合构成的混合遗传算法。结合实例,对其在输油管道优化运行中的应用进行了研究,结果表明,混合遗传算法具有快速搜索、易收敛和鲁棒性强的特点,用该方法计算得到的动力费用比动态规划法少 3.58%,证明了该方法的有效性和实用性。

**主题词** 输油管道 优化运行 混合遗传算法 应用

## 一、前 言

长输管道运行消耗的动力费用数目庞大,如果优化管道运行参数,使管输运行达到最优化,不仅可以降低输油能耗,而且还可以提高经济效益。目前,计算输油管道优化运行的方法通常采用动态规划算法<sup>[1,2]</sup>。近年来遗传算法(Genetic Algorithm,简称 GA)和模拟退火算法(Simulated Annealing,简称 SA)的应用越来越广泛,将这两种寻优方法结合后引入输油管道优化运行数学模型的求解是可行的。

(3) 克兰克-尼科尔森差分格式的精度高于朝前差分 and 朝后差分格式,不仅可以采用追赶法求解,而且还可以能减少对计算机内存的占用。

## 参 考 文 献

1. 苗承武 陈祖泽(编译):强化天然气管道输送工艺,石油工业出版社(北京),2001。
2. 哈尔滨建筑工程学院等:燃气输配,中国建筑工业出版社(北京),1988。
3. 陈祖泽(译):天然气管路输送,石油工业出版社(北京),1985。
4. 李猷嘉:长输管道末段储气的计算与分析,煤气与热力,

## 二、输油管道优化运行数学模型

### 1、 模型假设

为了便于建立数学模型和计算,进行以下假设。

- (1) 输油管道为等温输油管道。
- (2) 各增压站配置的是能够无级调速的离心泵。

### 2、 目标函数

选取动力费用作为最优准则。取管道输油周期内全线泵机组所耗动力费用为目标函数,并设全线有  $n$  座泵站,各泵站有  $m_i$  台能够无级调速的离心泵,离心泵用电动机驱动,则表示全线泵机组所消耗动

2002(1)。

5. 段常贵 杨立民等:燃气长输管线分析与末段储气计算,煤气与热力,1997(3)。
6. 苗承武等(编译):输气干线节能工艺技术,石油工业出版社(北京),2002。
7. 李长俊 曾自强等:天然气在管道系统中不稳定流动的分析,天然气工业,1994(5)。
8. 翟瑞彩 谢伟松:数值分析,天津大学出版社(天津),2000。

(收稿日期:2003-07-19)

编辑:孟凡强